［基礎科目（物理学）］

［問題］以下の文章を読み，問 A ～ F に答えよ．

無限に広い平行平板電極を考え，電極面に平行な一様磁場を加えたときの，陰極から発生した電子の電極間での古典的な運動軌跡を考える．電極間の距離，電位差をそれぞれd，Vとし，電子の質量をm，電荷を$-e$とする．ここで，eは電気素量である．時刻$t=0$において陰極面内に存在する電子の位置を原点とする直交座標系を考え，磁場の方向をz軸，それと直交する方向をy軸にとる（図１）．またx軸については，陰極から陽極へ向かう方向を正にとる．すなわち電場，磁場をそれぞれ

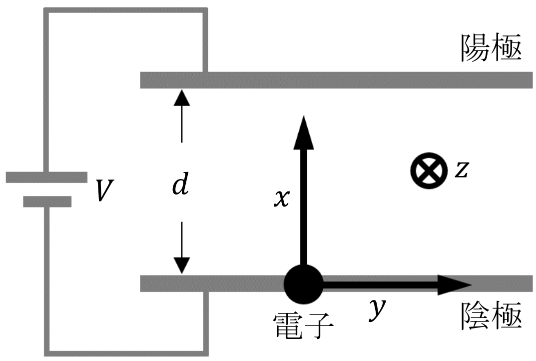


図 1　時刻$t=0$における電子の位置を原点とする直交座標系．

$$\vec{E}=\left(\boxed{\quad ア \quad},0,0\right) \tag{1}$$

$$\vec{B}=(0,0,B) \tag{2}$$

と表す．電子の速度を$\vec{v}=(v_x,v_y,v_z)$とし，時刻$t=0$において$|\vec{v}|=0$とする．電極間が真空であり，他の粒子により電子の運動が妨げられることがないとすると，x，y，z成分の運動方程式は$A=V/(Bd)$，$\omega=eB/m$を用いて，

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}v_x=\boxed{\quad イ \quad} \tag{3}$$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}v_y=\boxed{\quad ウ \quad} \tag{4}$$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}v_z=0 \tag{5}$$

と表せる．式(5)より，以下ではxy平面内の運動のみを考えれば良い．①<u>上で述べた初期条件の下で式(3)および式(4)を連立させて解く</u>と，

$$v_x = A\sin\omega t \tag{6}$$

$$v_y = A(1-\cos\omega t) \tag{7}$$

が得られる．したがって，x軸，y軸方向の電子の軌道はそれぞれ

$$x = \boxed{\text{エ}} \tag{8}$$

$$y = \frac{A}{\omega}(\omega t - \sin\omega t) \tag{9}$$

となる．よってBを 0 から徐々に増加させた場合を考えると，②xの最大値が電極間の距離dを下回った時点で，電極間の電流が急激に減少することが予想される．

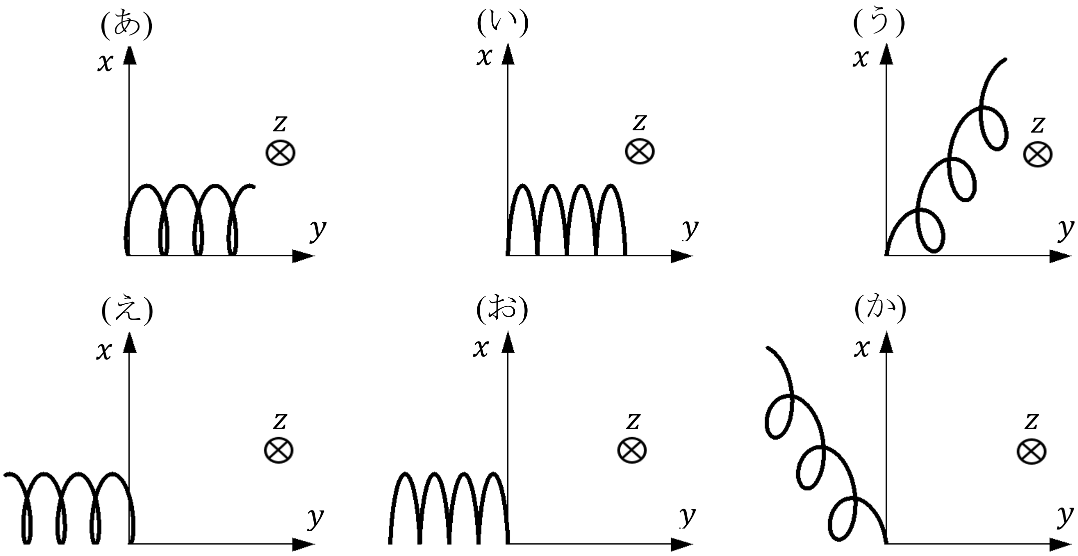
問 A　空欄 $\boxed{\text{ア}}$ に入る数式をd，Vを用いて表せ.

問 B　空欄 $\boxed{\text{イ}}$ および $\boxed{\text{ウ}}$ に入る数式をω，A，v_x，v_yを用いて表せ.
導出過程も記述すること.

問 C　下線①に従って式(6)および式(7)を導出せよ.

問 D　空欄 $\boxed{\text{エ}}$ に入る数式をω，A，tを用いて表せ．導出過程も記述すること.

問 E　Bが十分に大きいときの，式(8)および式(9)で表されるxy平面内の電子の軌道の概形を最も適切に表している図を，以下の(あ)〜(か)から選択して答えよ.



問 F　下線②に関して，以下の(a)および(b)に答えよ．導出過程も記述すること．

(a)　電極間の電流が急激に減少する臨界磁場B_cをd，V，m，e を用いて表せ．

(b)　$B > B_\mathrm{c}$のときの電子の運動について，電子の速度に比例した現象論的な減衰項を式(3)および式(4)に付け加えて考える．

$$\begin{cases} \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} v_x = \boxed{\quad イ \quad} - \dfrac{1}{\tau} v_x \\ \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} v_y = \boxed{\quad ウ \quad} - \dfrac{1}{\tau} v_y \end{cases} \tag{10}$$

ただし，τは減衰の時定数を表す．τよりも十分に長い時間スケールでは電子は定常運動している $\left(\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} v_x = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} v_y = 0\right)$ と見なして連立方程式(10)を解き，電子の速度方向とx軸とのなす角が 45°になるときのτをωを用いて表せ．