［物理　Ⅱ］（全1題）

［問題1］

問1　化学ポテンシャルμをもつ同種の粒子からなる大正準集団の分配関数Ξは正準分布の分配関数$Q=Q(N,V,T)$を用いて$\Xi=\sum_{N=0}^{\infty}\exp\{N\mu/kT\}Q$と表される。このとき，粒子数の平均値$\langle N\rangle$は、$\langle N\rangle=kT\dfrac{\partial\log\Xi}{\partial\mu}$で与えられることを示せ。ただし、$k$はBoltzmann　定数とする。

問2　化学ポテンシャルμをもつ気体が固体の表面に接しており、気体と表面は温度Tの熱平衡状態にある。固体の表面にはN_0個の吸着点があり、それぞれ1個の気体分子を吸着できる。吸着された分子は、気体状態と比べて$-\varepsilon_0$（$\varepsilon_0>0$）のエネルギーを持つ。吸着された分子間の相互作用は無視する。表面に吸着している分子数の平均値を$\langle N\rangle$とすると、吸着比$\theta=\dfrac{\langle N\rangle}{N_0}$が$\theta=\dfrac{1}{\exp\{-(\varepsilon_0+\mu)/kT\}+1}$で表わされることを示せ。

問3　分子N個からなる単原子理想気体が体積Vの容器中で温度Tの平衡状態にあり、それぞれの原子は質量mで区別できないものとする。古典統計力学の立場から、正準分布によって取り扱い、化学ポテンシャル$\mu=\left(\dfrac{\partial F}{\partial N}\right)_{T,V}$（$F$はHelmholtzの自由エネルギー）が、$\mu=-kT\log\left(\dfrac{kT}{\Lambda^3 p}\right)$で表わせることを示せ。ただし、$p$は圧力、$\Lambda=\dfrac{a^{\frac{1}{3}}}{\sqrt{2\pi mkT}}$、$a$は位相空間の微小体積$a=h^3$、$h$はPlanck 定数とする。必要があれば、$\int_{-\infty}^{\infty}\exp(-\alpha x^2)dx=\sqrt{\dfrac{\pi}{\alpha}}$、$\log n!\fallingdotseq n\log n-n$を用いてよい。

問4　問2の気体が問3で与えられる単原子理想気体としたとき、θとpの関係を求めよ。