

[基礎科目 (物理学)]

以下の文章を読み，問 A~G に答えよ．

バネ定数 k のバネで壁とつながっている質量 m のおもりの振動運動を考える．時刻 t におけるおもりの位置座標を $x(t)$ ，速度を $\dot{x}(t)$ とし，図 1 のようにバネの自然長を x 軸の原点にとる．床からの摩擦を受けない場合，おもりの運動方程式は $m\ddot{x} =$ で与えられる．

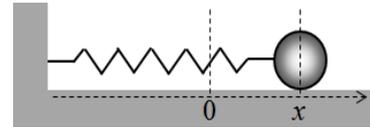


図 1. 調和振動子の模式図

問 A 文章中の空欄 に入る適切な数式を答えよ．

問 B $t=0$ における初期条件を $x(t=0)=x_0$ ， $\dot{x}(t=0)=0$ としておもりの運動方程式を解き， $x(t)$ を求めよ．また，おもりの振動運動の周期を答えよ．

問 C 時刻 t におけるおもりの運動エネルギー，ポテンシャルエネルギー，全エネルギーを計算せよ．

図 1 のおもりが速度に比例する摩擦力 $-\eta\dot{x}$ を床からうける場合の振動運動を考える．ただし， η は正の係数とする．この場合，おもりの運動方程式は $m\ddot{x} =$ で与えられる． $\omega_0^2 =$ ，及び $\gamma =$ と定義される物理量を用いると，おもりの運動方程式は $\ddot{x} + 2\gamma\dot{x} + \omega_0^2x = 0$ と式変形できる (ω_0 は自由振動数， γ は減衰率と呼ばれる物理量であり，ここでは $\omega_0 > \gamma$ とする)．解の形を $x(t) = A\exp[\lambda t]$ と仮定すると， λ に関する二次方程式 が得られる．この方程式の解を λ_{\pm} とすると， $\lambda_{\pm} =$ $\pm i$ で与えられる．ここで， i は虚数単位である．おもりの運動方程式の一般解は，初期条件で決まる定数 A_{\pm} を用いて $x(t) = A_+\exp[\lambda_+t] + A_-\exp[\lambda_-t]$ で与えられる．

問 D 文章中の空欄 ~ に入る適切な数式を答えよ．

問 E $t=0$ における初期条件を $x(t=0)=x_0$, $\dot{x}(t=0)=0$ としておもりの運動方程式を解き, $x(t)$ を求めよ.

次に, 上記の摩擦がある系のおもりに電荷 q を帯電させ, 空間的に一様かつ時間に依存する電場 $E(t)$ を x 軸方向に加える場合の振動運動について考える. 電荷 q のおもりが電場から受ける力 を考慮すると, おもりの運動方程式は $\ddot{x} + 2\gamma \dot{x} + \omega_0^2 x =$ で与えられる. 振動数 ω の電場 $E(t; \omega) = E_0 \exp[i\omega t]$ によるおもりの強制振動の解の形を $x(t; \omega) = A(\omega) \exp[i\omega t]$ と仮定すると, $A(\omega) =$ となる.

以下では, 電場の振動数 ω が自由振動数 ω_0 の近傍にあるとき ($\omega \approx \omega_0$) について考える. $\omega_0^2 - \omega^2 = (\omega_0 + \omega)(\omega_0 - \omega) \approx 2\omega_0(\omega_0 - \omega)$ という近似式を用いると, $A(\omega) =$ $\times [(\omega_0 - \omega) + i\gamma]^{-1}$ と簡略化できる. $A(\omega) = |A(\omega)| \exp[i\theta(\omega)]$ と変形すると, 強制振動の解は $x(t; \omega) = |A(\omega)| \exp[i(\omega t + \theta(\omega))]$ で与えられる. したがって, おもりは電場に対し $\theta(\omega)$ だけ位相がずれて振動する. 但し, $|A(\omega)| =$, $\tan \theta(\omega) = \gamma/(\omega_0 - \omega)$ である.

問 F 文章中の空欄 ~ に入る適切な数式を答えよ.

問 G (i) 摩擦がある場合 ($\eta > 0$) と (ii) 摩擦がない場合 ($\eta = 0$) について, それぞれ $|A(\omega)|$ と $\theta(\omega)$ の概形を最も適切に表している図の番号をそれぞれ次頁の図 2 から選択せよ.

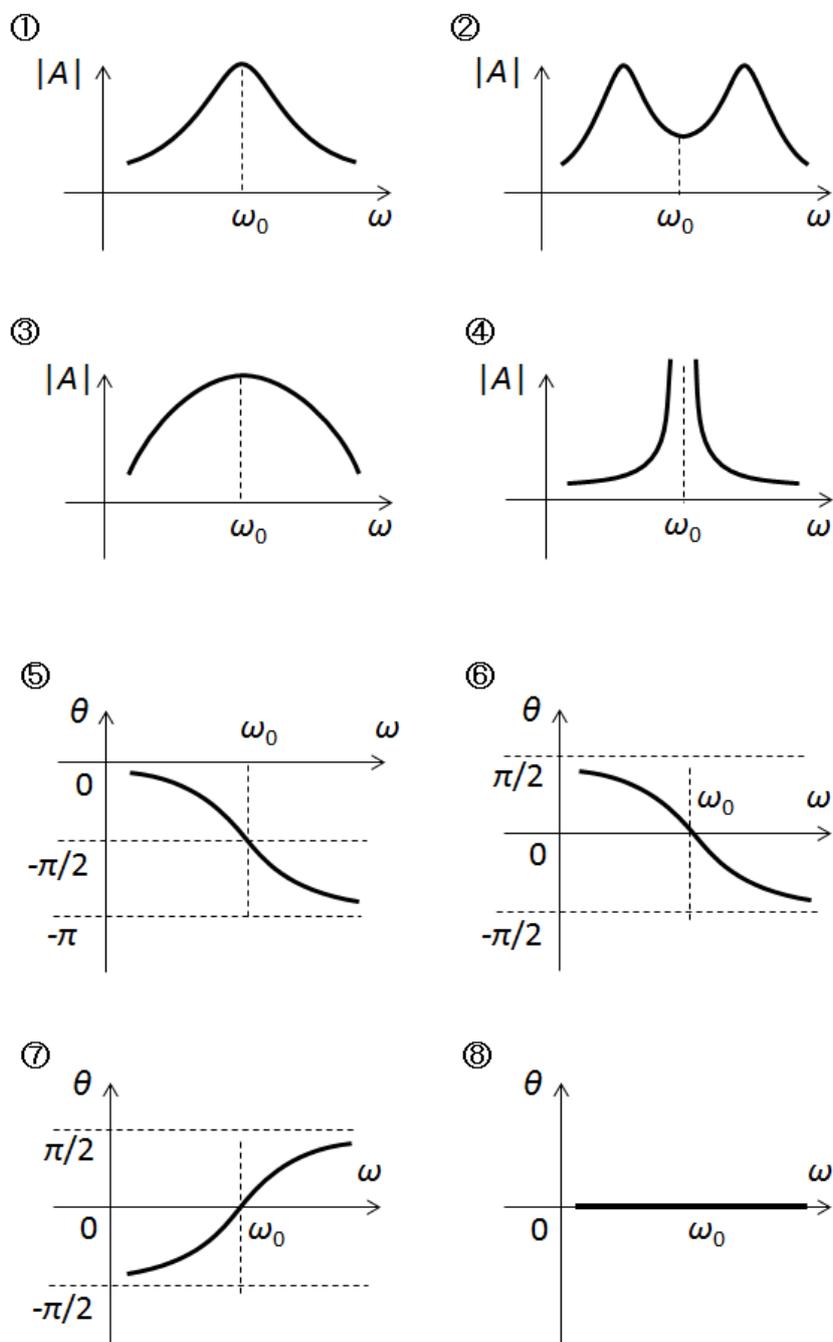


図 2. 問 G の選択肢